

双/多基地雷达的组合估计及定位精度分析

何友¹, 王国宏¹, 修建娟¹, 阎红星²

(1. 海军航空工程学院电子工程系, 烟台 264001; 2. 总装备部军兵各装备部航空科技装备局, 北京 100034)

摘要: 通常采用马尔可夫估计对双/多基地雷达系统中的冗余数据进行组合估计,但其可行性如何至今仍未得到研究,本文以双基地雷达为背景给出并证明的一个定理解决了这个问题.理论分析表明,对于要按马尔可夫估计进行组合估计的任意两个测量子集,只要它们中有重复测量量,就不能进行组合估计.本文还对可以进行组合估计的双/多基地雷达进行了仿真,仿真结果表明,组合估计可改善双/多基地雷达探测区域内各点的定位精度,特别是大大改善基线区、T/R站和R站近区等区域的定位精度.

关键词: 双/多基地雷达; 组合估计; 定位精度; 测量子集

中图分类号: TN953 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 03-0017-04

Combinational Estimation and Location Accuracy Analysis in Bistatic/ Multistatic Radars

HE You¹, WANG Guo-hong¹, XIU Jian-juan¹, YAN Hong-xing²

(1. Department of Electronic Engineering, Naval Aeronautical Engineering Academy, Yantai 264001, China

2. General Equipment Bureau of China, Beijing 100034, China)

Abstract: The feasibility of combinational estimation for redundant data using Markov estimator in bistatic/ multistatic radars has received little attention so far. It is with respect to this particular issue that the present research is undertaken and a theorem is presented. It is theoretically discovered that if there are same components in two measurement subsets the combinational estimation for redundant data can not be made. Simulation is made in the situations where combinational estimation is feasible. The simulation results show that much better positioning performance can be achieved in bistatic/ multistatic radars, especially in the region of the base line, the side line, and the neighbor region of the transmitter station and the receiver station.

Key words: bistatic/ multistatic radar; combinational estimation; location accuracy; measurement Subset

1 引言

双基地雷达由于采用收发分置结构,因而在抗击 ARM 以及反隐身、反偷袭方面具有很大优势^[1-11]. 联网多基地系统^[1]可看成是由 n 个共发射站的双基地系统组合而成,每个双基地系统首先独立地进行定位处理,然后将处理结果传输到中心站以便进行数据融合、跟踪等处理^[1]. 由于其中每个双基地雷达都可能出现数据冗余,因而通过对此冗余数据进行组合估计可以提高双/多基地雷达的定位精度. 已有许多学者对此进行了研究^[5,10,11],给出了组合估计方法. 对于线性系统,组合估计多采用加权最小二乘算法,当权重取为测量误差协方差阵的逆时,此法又称为马尔可夫估计. 但是对双/多基地雷达的冗余数据能否采用马尔可夫估计进行组合估计至今仍未得到研究,本文以双基地雷达为背景给出并证明的一个定理回答了这个问题,并通过对此冗余数据进行组合估计的仿真,分析了双/多基地雷达定位精度的改善情况.

2 双基地测量的基本定位关系

双基地系统有两种类型:T/R型和T/R-R型. 双基地雷达的布站如图1所示,其中T/R(T)为发射站,R为接收站.T/R(T)与R间距为基线,长度为 $2a$: T 和 R 分别为发射波束和接收波束指向角: r_T 和 r_R 分别为目标 S 到T站和R站的距离,定义 $r = r_T + r_R$ 为距离和. 就T/R型双基地系统来说,T站只起照射作用,只能由R站测得的数据 r_R 对目标进行定位,系统中不存在信息冗余. 而对T/R-R型双基地系统而言,T/R站可提供观测数据 r_T, θ_T ,而R站可提供观测数据 r_R, θ_R . 若双基地系统可获得全部的四个测量量 $r_T, \theta_T, r_R, \theta_R$,则其相互组合可得到六组相关测量子集 $(r_T, \theta_T), (r_T, \theta_R), (r_T, r_R), (r_T, \theta_T, \theta_R), (r_T, \theta_T, r_R), (r_T, \theta_T, \theta_R, r_R)$. 若双基地系统只能获得其中的部分测量量,则其测量子集相应地是这六组测量子集中的一部分.

设 (a_i, b_i) 为六组测量子集中的任一个子集,取T/R(T)和R的连线为 x 轴,R点的坐标为 $(a, 0)$,目标点坐标为 (x, y) ,

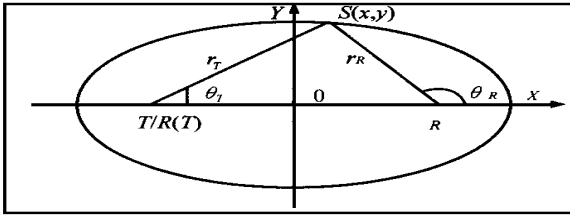


图1 双基地雷达几何关系

则其坐标变换方程为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(a_i, b_i) \\ g(a_i, b_i) \end{bmatrix} \quad (1)$$

下面给出将要用到的四组坐标变换方程：

当 $(a_i, b_i) = (, T)$ 时,坐标变换方程为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2 - 4a^2}{2 - 4a \cos T} \cos T - a \\ \frac{2 - 4a^2}{2 - 4a \cos T} \sin T \end{bmatrix} \quad (2)$$

当 $(a_i, b_i) = (, R)$ 时,坐标变换方程为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2 - 4a^2}{2 + 4a \cos R} \cos R + a \\ \frac{2 - 4a^2}{2 + 4a \cos R} \sin R \end{bmatrix} \quad (3)$$

当 $(a_i, b_i) = (r_T, T)$ 时,坐标变换方程为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_T \cos T - a \\ r_T \sin T \end{bmatrix} \quad (4)$$

当 $(a_i, b_i) = (, r_T)$ 时,坐标变换方程为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(2r_T -)}{4a} \\ \pm \frac{\sqrt{16a^2 r_T^2 - 16a^4 - 8a^2(2r_T - ^2) - ^2(2r_T -)^2}}{4a} \end{bmatrix} \quad (5)$$

3 双/多基地雷达组合估计的可行性分析

为了提高双/多基地雷达的定位精度,需要对其中的冗余信息进行处理.设目标真实坐标为 $X = (x_0, y_0)^T$,由第 i 个测量子集 S_i 确定的目标位置及其测量误差分别为 z_i 和 z_i ,其中 $S_i = (a_i, b_i)$, $z_i = (x_i, y_i)^T$, $z_i = (x_i, y_i)^T (i = 1, 2, \dots, m)$,则 m 组测量子集对应的目标位置矢量与测量误差之间的关系可表示如下^[1]:

$$Z = HX + V \quad (6)$$

其中: $Z = [z_1^T, \dots, z_m^T]^T$, $H = [E_1, \dots, E_m]^T$, $E_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 是与矢量 X 同维的单位矩阵,测量噪声向量 $V = [z_1^T, \dots, z_m^T]^T$.将式(1)线性化^[9]得:

$$z_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial a_i} & \frac{\partial f_i}{\partial b_i} \\ \frac{\partial g_i}{\partial a_i} & \frac{\partial g_i}{\partial b_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7)$$

其中: a_i, b_i 为对应双基地雷达测量子集 (a_i, b_i) 的测量误差,这里假定它们是独立、零均值的高斯白噪声,则由式(7)知

$z_i = (x_i, y_i)^T$ 是零均值高斯分布的随机向量.

设

$$A_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial a_i} & \frac{\partial f_i}{\partial b_i} \\ \frac{\partial g_i}{\partial a_i} & \frac{\partial g_i}{\partial b_i} \end{bmatrix} \quad (8a)$$

$$P_{ij} = E \left\{ \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix} \right\} \quad (8b)$$

$$R_{ij} = E [z_i z_j^T] = A_{ii} P_{ij} A_{jj}^T \quad (8c)$$

当 $m = 2$ 时,由式(6)可得测量子集对应的目标位置与测量误差之间的关系为:

$$[z_1^T, z_2^T]^T = [E_1, E_2]^T X + [z_1^T, z_2^T]^T \quad (9)$$

测量噪声向量 V 的协方差阵为:

$$R_V = E[VV^T] = E \left\{ \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^T & z_2^T \end{bmatrix} \right\} \triangleq \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中 $R_{11}, R_{12}, R_{21}, R_{22}$ 可由式(8)求出.

当采用加权最小二乘算法对式(9)进行组合估计时,若 R_V 可逆,且取权重 W 为 R_V 的逆,则此法又称为马尔可夫估计.令

$$W = R_V^{-1} \triangleq \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

则有: $W_{22} = (R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12})^{-1}$, $W_{11} = R_{11}^{-1} - W_{12} R_{21} R_{11}^{-1}$; $W_{12} = W_{21}^T = -R_{11}^{-1} R_{12} W_{22}$

显然,若 R_V 不可逆,则马尔可夫估计不存在.那么能否对双基地雷达系统中的冗余数据进行马尔可夫组合估计,即 R_V 是否可逆,以及在什么条件下可逆呢?下面给出的定理回答了这个问题.

定理: 设测量子集 S_1, S_2 是从 (r_T, T) 、 $(, R)$ 、 $(, r_T)$ 、 (r_T, R) 、 $(, T)$ 、 (T, R) 中任取的两个测量子集,则 S_1, S_2 可进行马尔可夫组合估计的充要条件是 S_1, S_2 中无重复测量量.

证明:

双基地系统的六组测量子集 (r_T, T) 、 $(, R)$ 、 $(, r_T)$ 、 (r_T, R) 、 $(, T)$ 、 (T, R) 相互组合进行组合估计时,根据测量子集有无重复测量量,可分为以下两种情况:

1、测量子集中无重复测量量,其进行组合估计的测量子集为 $(, R)$ 与 (r_T, T) 、 $(, T)$ 与 (r_T, R) 、 (T, R) 与 $(, r_T)$;

2、测量子集中有重复测量量:

(1) 只有一个重复测量量,其进行组合估计的测量子集为 (r_T, T) 与 (r_T, R) 、 (T, R) 与 (r_T, T) 、 (T, R) 与 (r_T, R) 、 (T, R) 与 $(, T)$ 、 (T, R) 与 $(, R)$ 与 $(, T)$.

(2) 不仅有一个重复测量量,还有相关测量量,其进行组合估计的测量子集为: $(, R)$ 与 $(, r_T)$ 、 $(, r_T)$ 与 (r_T, T) 、 (r_T, T) 与 $(, T)$ 、 (r_T, R) 与 $(, r_T)$ 、 $(, r_T)$ 与 $(, T)$ 、 (r_T, R) 与 $(, R)$.

设 $, r_T, T$ 和 R 分别为 $, r_T, T$ 和 R 的测量误差,其测量方差分别为 2 、 $^2_{r_T}$ 、 2_T 和 2_R , $_{, r_T}$ 为测量误差 $_{, r_T}$ 和 $_{r_T}$ 之间的相关系数,且不考虑站址误差.

充分性:即已知 S_1, S_2 中无重复测量量,证明可利用马尔可夫估计对 S_1, S_2 进行组合估计.

设 $S_1 = (r_T, r_R), S_2 = (r_T, r_T)$,则由式(3)和式(4)可求得 $z_i = (x_i, y_i)^T, i = 1, 2$;进而可由式(8)~(11)求得:

$$|R_{11}| = \frac{(2a^2 + 8a^2 \cos R + 8a^2)^2 (4a^2 - 2a^2)^2}{(2a^2 + 4a^2 \cos R)^6}$$

$$|R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12}| = (1 - \cos^2 R) r_T^2 r_T^2$$

可证明 $|R_{11}| \neq 0$,即 R_{11} 可逆,且当 $|R| \neq 1$ 时 $R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12}$ 可逆,从而 R_V 可逆,于是由式(11)可求出 W_{11}, W_{12}, W_{21} 和 W_{22} ,即可利用马尔可夫估计进行组合估计.

同理:可证明由于 $|R| \neq 1$,测量子集 (r_T, r_T) 与 (r_T, r_R) , (r_T, r_R) 与 (r_T, r_T) 也都可利用马尔可夫估计进行组合估计.

必要性:即要证明 S_1, S_2 中有重复测量量时,均不能利用马尔可夫估计进行组合估计.

(1) S_1, S_2 中只有一个重复测量量.

设 $S_1 = (r_T, r_T), S_2 = (r_T, r_R)$,则由式(2)、(3)可求得 $z_i = (x_i, y_i)^T, i = 1, 2$;并由式(8)~(11)可求得:

$$R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12} = g_2 \begin{bmatrix} 2 \sin^2 R & -\sin R g_1 \\ -\sin R g_1 & g_1^2 \end{bmatrix}$$

其中: $g_1 = (\cos R + 2a)$

$$g_2 = \frac{4(4a^2 - 2a^2)^2}{(2a^2 + 4a^2 \cos R)^4}$$

易验证有 $|R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12}| = 0$,也就是说 $R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12}$ 不可逆,即 R_V 不可逆,所以不能利用马尔可夫估计进行组合估计.

同理:可证明测量子集 (r_T, r_T) 与 $(r_T, r_R), (r_T, r_R)$ 与 $(r_T, r_T), (r_T, r_R)$ 与 $(r_T, r_R), (r_T, r_R)$ 与 $(r_T, r_T), (r_T, r_R)$ 与 (r_T, r_R) ,也都不能利用马尔可夫估计进行组合估计.

(2) S_1, S_2 中不仅有一个重复测量量,且还有相关测量

量.

设 $S_1 = (r_T, r_R), S_2 = (r_T, r_T)$,则由式(3)、(5)可求得: $z_i = (x_i, y_i)^T, i = 1, 2$;于是由式(8)~(11)可求得:

$$R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12} = \frac{(1 - \cos^2 R) r_T^2}{4a^2} \begin{bmatrix} 2 & \frac{v n}{d_2} \\ \frac{v n}{d_2} & \frac{v^2 n^2}{d_2^2} \end{bmatrix}$$

其中: $n = (4a^2 - 2a^2), v = (2r_T - r_R)$,

$$d_2 = \sqrt{16r_T^2 a^2 - 16a^4 - 8a^2(2r_T - r_R)^2 - (2r_T - r_R)^2}$$

易验证有 $|R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12}| = 0$,也就是说无论 R 取何值 $R_{22} - R_{21} R_{11}^{-1} R_{12}$ 都不可逆,即 R_V 不可逆,所以不能利用马尔可夫估计进行组合估计.

同理:可证明无论 R 取何值时测量子集 (r_T, r_T) 与 $(r_T, r_T), (r_T, r_T)$ 与 $(r_T, r_T), (r_T, r_R)$ 与 $(r_T, r_R), (r_T, r_R)$ 与 (r_T, r_R) 也都不能利用马尔可夫估计进行组合估计.故定理得证.

4 定位精度的仿真分析

本文对双基地系统和一发三收的多基地系统进行了仿真,仿真计算采用的参数如下:

发射站均为: $T/R(-50, 0)$ km;

双基地雷达的接收站为: $R(50, 0)$ km;

多基地雷达的接收站为: $R_1(50, 0)$ km;

$R_2(10, 40)$ km, $R_3(10, -40)$ km;

测量噪声方差均为: $\sigma = 100$ m, $r_T = 50$ m, $r_R = 100$ m, $\theta = 3$ mrad;

相关系数均为:当 ρ 很小可以忽略时认为 $\rho = 0$,不能忽略时设 $\rho = 0.2$;

探测范围: X 方向为 ± 140 km; Y 方向为 ± 100 km;

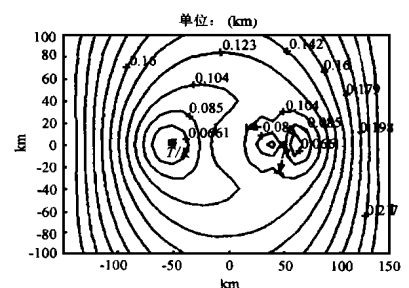
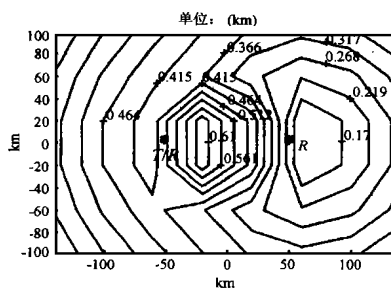
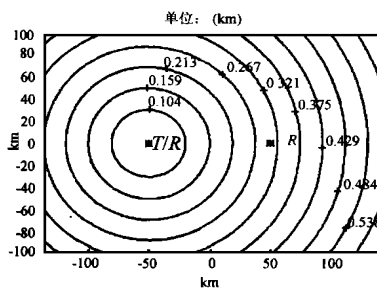


图2 单一测量 (r_T, r_T) 对应的 GDOP 分布 图3 单一测量 (r_T, r_R) 对应的 GDOP 分布 图4 $\rho = 0.2$ 对子集 (r_T, r_T) 与 (r_T, r_R) 进行组合估计后的双基地雷达对应的 GDOP 分布

在上述条件下,对各种单一测量子集及可两两进行马尔可夫组合估计的双/多基地雷达定位进行了仿真,限于篇幅,仅在图2~图7中给出了部分仿真结果.由仿真结果可看出:

(1) 单一测量子集对应的 GDOP 分布在基线区、 T/R 站和 R 站的近区都较差,而且离基线区越近、 T/R 站和 R 站越远定位精度越差(见图2和图3).

(2) 组合估计后的双基地雷达探测区域内各点特点是 T/R

R 站、 R 站的近区和基线区的定位精度都有非常明显的改善.其中 $\rho = 0.2$ 时在 T/R 站和 R 站近区的定位精度要略低于 $\rho = 0.0$ 时,而在远区则相反(见图4和图5).

(3) 组合估计后的多基地雷达的定位精度在探测区域内各点都比组合估计后双基地雷达提高了近一倍(见图6和图7).

